s—d 相互作用の Lower Divergent Term の起源（Ⅲ）

— Spin Precession の効果 —

東大理[*]　川村　清

（9月4日受理）

§ 1. Introduction

筆者は，かって超伝導体中の s－d 相互作用について考察した論文[1]において，s－電子の self－energy part が不純物スピンの operator のみを含む Green 関数のみで書けることを示した。その後その方法を，前の2つの論文[2), 3)]（以下この2つをまとめてIと記す。）において，s－d 問題の高次の摂動計算をするために更に詳しく検討した。スピン operator の Green 関数（以下では"spin Green 関数"と称する）の運動方程式をたてることによって，spin の dynamical な3つの性質が一つの方程式に表われて来た。3つの性質というのは，1) spin の classical な potential としての性質（spin Green 関数の運動方程式において，この性質を表わす項を以下で"elastic scattering terms"と呼ぶ）。2) spin が平衡な方向から散乱によって傾くために s－電子の作る内部磁場の周囲を歳差運動するという性質（以下で"spin pression term"と呼ぶ）。3) spin が量子化軸のまわりで揺らいでいるという性質（"quantum fluctuation term"と呼ぶ）。

ところで self－energy part を（J／N）で展開したとき $(J/N)^n$ の係数で $(\log|\epsilon/D|)^{n-2}$ に比例する項を"most singular terms"，$(\log|\epsilon/D|)^{n-3}$ に比例する項を"next singulor terms"以下 $(\log|\epsilon/D|)^{n-4}$ に比例する項を second order etc. と呼ぶことにしよう。そうすると"most singular terms"は"quantum fluctuation term"のみから来ることがIで示された。更に"spin pression term"を無視するかぎり，"next

*）　この仕事の一部は筆者が物性研に所属していた時に行われた。

singular term" はなくて，残りは全てsecond order 以下であることを示した。[3)]

この論文の目的は，spin pression term の一部がたしかに "next singular term" に寄与することを示し，それによって next divergent term までに関して厳密な解を求め得ることを示すことである。

この論文では

$$\Sigma^{(2)}_{p\uparrow}(i\varepsilon) = -N_i(-J/N)^2 T\Sigma_{\varepsilon_1 p_1}(i\varepsilon_1-\varepsilon_{p_1})^{-1}\mathscr{S}^{(1)}_{\uparrow\uparrow}(\varepsilon,\varepsilon_1) \tag{1.1}$$

及び

$$\Sigma^{(3)}_{p\uparrow}(i\varepsilon) = -N_i(-J/N)^3 T^2\Sigma_{\varepsilon_1\varepsilon_2}\Sigma_{p_1p_2}(i\varepsilon_1-\varepsilon_{p_1})^{-1} \times (i\varepsilon_2-\varepsilon_{p_2})^{-1}\mathscr{S}^{(1)}_{\uparrow\uparrow}(\varepsilon,\varepsilon_1,\varepsilon_2) \tag{1.2}$$

を考え，$\mathscr{S}^{(1)}_{\uparrow\uparrow}(\varepsilon,\varepsilon_1)$ 及び $\mathscr{S}^{(1)}_{\uparrow\uparrow}(\varepsilon,\varepsilon_1,\varepsilon_2)$ に対する Spin precession effect の低次の項を考える。（notation は全て I に準ずる）。

§ 2.　Spin の dynamical susceptibility

$\Sigma^{(2)}_{p\uparrow}(i\varepsilon)$ を計算するためには

$$\mathscr{S}(\omega) \equiv \langle\langle (\mathbf{S}\cdot\sigma)_{\uparrow\alpha}(\omega),\ (\mathbf{S}\cdot\sigma)_{\alpha\uparrow}(-\omega)\rangle\rangle \tag{2.1}$$

を計算すればよい。ところで

$$\langle\langle S_z(\omega),\ S_z(-\omega)\rangle\rangle$$

は，localized spin の帯磁率を与える。[4)] したがって（2.1）は zero field における dynamical susceptibility に他ならない。

static susceptibility の摂動計算は最初，Miwa[5)] によって行われ，その表式中の積分の収斂性についても詳しく論じられている。ここでは，dynamical susceptibility について同程度の計算を行い，その中の積分の可能性についても調べておく必要がある。

$\omega \neq 0$ の時，（2.1）は

$$\mathcal{S}(\omega) = (-i\omega)^{-1} \langle\langle [H, (\mathbf{S}\cdot\boldsymbol{\sigma})_{\uparrow\alpha}](\omega), (\mathbf{S}\cdot\boldsymbol{\sigma})_{\alpha\uparrow}(-\omega) \rangle\rangle \tag{2.2}$$

と表わされる。一般に，$\mathbf{A}, \mathbf{B}$ を c − number として

$$[(\mathbf{S}\cdot\mathbf{A}), (\mathbf{S}\cdot\mathbf{B})] = i\mathbf{S}\cdot(\mathbf{A}\times\mathbf{B}) \tag{2.3}$$

が成立する。これを使うと

$$[H, (\mathbf{S}\cdot\boldsymbol{\sigma})_{\uparrow\alpha}]$$

$$= i(-J/N)\,\Sigma_{p'p''}(\boldsymbol{\sigma}_{\alpha\beta}\times\mathbf{S})\cdot\, a^{+}_{p''\gamma}\,\boldsymbol{\sigma}_{\gamma\delta}\,a_{p'\delta} \tag{2.4}$$

(2.4) を (2.2) に代入する。更に

$$\langle\langle (S_1 a^{+}_{p''\gamma}\, a_{p'\delta})(\omega),\quad S_2(-\omega) \rangle\rangle$$

$$= T\Sigma_{\varepsilon'} \langle\langle (S_1 a^{+}_{p''\gamma})(\omega-\varepsilon'),\, a_{p'\delta}(\varepsilon'),\, S_2(-\omega)\rangle\rangle \exp[i\varepsilon'\Delta]$$

$$= T\Sigma_{\varepsilon'}(-J/N)(i\varepsilon'-\varepsilon_{p'})^{-1}\Sigma_{p'''} \langle\langle (S_1 a^{+}_{p''\gamma})(\omega-\varepsilon'),$$

$$(\mathbf{S}\cdot\boldsymbol{\sigma})_{\delta\lambda} a_{p'''\lambda}(\varepsilon'),\, S_2(-\omega) \rangle\rangle \exp[i\varepsilon'\Delta]$$

$$= T^2\Sigma_{\varepsilon'\varepsilon''}(-J/N)(i\varepsilon'-\varepsilon_{p'})^{-1}\Sigma_{p'''} \langle\langle (S_1 a^{+}_{p''\gamma})(\omega-\varepsilon'),$$

$$(S\cdot\sigma)_{\delta\lambda}(\varepsilon'-\varepsilon''),\, a_{p'''\lambda}(\varepsilon''),\, S_2(-\omega) \rangle\rangle \exp[i\varepsilon'\Delta]$$

$$\cong -(-J/N)\,T^2\Sigma_{\varepsilon'\varepsilon''}(i\varepsilon'-\varepsilon_{p'})^{-1}(i\varepsilon''-\varepsilon_{p''})^{-1}\exp[i\varepsilon'\Delta]$$

$$\times \langle\langle S_1(\omega-\varepsilon'+\varepsilon''),\, (\mathbf{S}\cdot\boldsymbol{\sigma})_{\delta\lambda}(\varepsilon'-\varepsilon''),\, S_2(-\omega) \rangle\rangle \tag{2.5}$$

を使うと，

$$\mathcal{S}(\omega) = -i(-i\omega)^{-1}(-J/N)^2 T^2 \Sigma_{\varepsilon'\varepsilon''}\Sigma_{p'p''}(i\varepsilon'-\varepsilon_{p'})^{-1}(i\varepsilon''-\varepsilon_{p''})^{-1}$$

$$\times \exp[i\varepsilon'\Delta] \langle\langle \widetilde{S}_1(\omega-\varepsilon'+\varepsilon''),\, \widetilde{S}_2(\varepsilon'-\varepsilon''),\, S_3(-\omega) \rangle\rangle \tag{2.6}$$

ここで

$$\left\{\begin{array}{l}\widetilde{S}_1 = (\boldsymbol{\sigma}_{\uparrow\alpha}\times\mathbf{S})\cdot\boldsymbol{\sigma}_{\gamma\delta}\ , \quad \widetilde{S}_2 = (\mathbf{S}\cdot\boldsymbol{\sigma})_{\delta\gamma} \\ \widetilde{S}_3 = (\mathbf{S}\cdot\boldsymbol{\sigma})_{\alpha\uparrow}\end{array}\right. \tag{2.7}$$

(2.6) に出て来た3体の spin Green 関数を計算する際に，Iで self－energy part の most singular term を計算したのと同じ近似を使う。そうすると，

$$\begin{aligned}&\ll \widetilde{S}_1(\omega-\varepsilon'+\varepsilon''),\ \widetilde{S}_2(\varepsilon'-\varepsilon''),\ S_3(-\omega)\gg \\ &= (i\varepsilon''-i\varepsilon')^{-1}\big[\ll[\widetilde{S}_2,\widetilde{S}_1](\omega),\ S_3(-\omega)\gg \\ &\qquad + \ll\widetilde{S}_1(\omega-\varepsilon'+\varepsilon''),\ [\widetilde{S}_2,S_3](\varepsilon'-\varepsilon''-\omega)\gg \\ &\quad\times(1-\delta_{\varepsilon'\varepsilon''}) \\ &\quad-\delta_{\varepsilon'\varepsilon''}\Sigma_{\varepsilon''\neq\varepsilon'}(i\varepsilon''-i\varepsilon')^{-1}\ll\widetilde{S}_1(\omega-\varepsilon'+\varepsilon''), \\ &\qquad\qquad [\widetilde{S}_2,\widetilde{S}_3](\varepsilon'-\varepsilon''-\omega)\gg\end{aligned} \tag{2.7}$$

(2.7) に $(i\varepsilon'-\varepsilon_{p'})^{-1}(i\varepsilon''-\varepsilon_{p''})^{-1}\exp[i\varepsilon'\Delta]$ をかけて，ε', ε'', $\mathbf{p}'$, $\mathbf{p}''$ に関して和をとる。その際，ε' についての和が $\Delta=0$ でも収斂することから，adiabatic factor は落してよいことが判る。また，(2.7) の右辺で $\ll[\widetilde{S}_2,\widetilde{S}_1](\omega),\ S_3(-\omega)\gg$ のある項は，われわれの簡単な band－shape すなわち

$$\rho(\varepsilon_p) = \left\{\begin{array}{ll}\rho & \text{for}\quad |\varepsilon_p| \leqq D \\ 0 & \text{その他の場合}\end{array}\right.$$

を使うと，消えるから，結局，

$$\begin{aligned}&T^2\Sigma_{\varepsilon'\varepsilon''}\Sigma_{p'p''}(i\varepsilon'-\varepsilon_{p'})^{-1}(i\varepsilon''-\varepsilon_{p''})^{-1} \\ &\times\ll\widetilde{S}_1(\omega-\varepsilon'+\varepsilon''),\ \widetilde{S}_2(\varepsilon'-\varepsilon''),\ S_3(-\omega)\gg \\ &= -T^2\Sigma_{\varepsilon'}\Sigma_{\varepsilon''\neq\varepsilon'}\Sigma_{p'p''}(i\varepsilon'-\varepsilon_{p'})^{-1}(i\varepsilon'-\varepsilon_{p''})^{-1}(i\varepsilon''-\varepsilon_{p''})^{-1}\end{aligned}$$

$$\times \ll \widetilde{S}_1(\omega-\varepsilon'+\varepsilon''),\ [\widetilde{S}_2,\ \widetilde{S}_3](\varepsilon'-\varepsilon''-\omega) \gg \qquad (2.9)$$

を得る。(2.9) の制限 $\varepsilon'' \neq \varepsilon'$ は，(2.8) を仮定すれば除ける。

(2.7) と (2.3) から

$$[\widetilde{S}_2,\ \widetilde{S}_3] = i\mathbf{S}\cdot(\boldsymbol{\sigma}_{\delta\gamma} \times \boldsymbol{\sigma}_{\alpha\uparrow}) \qquad (2.10)$$

更に

$$\ll \{(\boldsymbol{\sigma}_{\uparrow\alpha} \times \mathbf{S})\cdot\boldsymbol{\sigma}_{\gamma\delta}\}(\omega),\ \mathbf{S}\cdot(\boldsymbol{\sigma}_{\gamma\delta}\times\boldsymbol{\sigma}_{\alpha\uparrow})(-\omega) \gg$$

$$= 4 \ll (\mathbf{S}\cdot\boldsymbol{\sigma})_{\uparrow\alpha}(\omega),\ (\mathbf{S}\cdot\boldsymbol{\sigma})_{\alpha\uparrow}(-\omega) \gg$$

$$\cong -4S(S+1)\,\delta_{\omega,0}/T + o(J^2) \qquad (2.11)$$

が成りたつ。(2.10)，(2.11) を (2.9) に代入し，更にそれを (2.6) に代入すると，

$$\mathcal{S}(\omega) = 4S(S+1)(-i\omega)^{-1}(-J/N)^2$$

$$\times T\Sigma_{\varepsilon'}\Sigma_{p'p''}(i\varepsilon'-\varepsilon_{p'})^{-1}(i\varepsilon'-\varepsilon_{p''})^{-1}(i\varepsilon'-i\omega-\varepsilon_{p''})^{-1} \qquad (2.12)$$

$T\Sigma_{\varepsilon'}$ を解析接続の方法で計算すると，

$$\mathcal{S}(\omega) = 4(-J/N)^2 S(S+1)(-i\omega)^{-1}$$

$$\times \Sigma_{p'p''}(\varepsilon_{p'}-\varepsilon_{p''})^{-1}(\varepsilon_{p'}-i\omega-\varepsilon_{p''})^{-1}[f(\varepsilon_{p'})-f(\varepsilon_{p''})] \qquad (2.13)$$

(2.13) の $\mathbf{p}'$, $\mathbf{p}''$ についての積分は $\omega \neq 0$ である限り収斂している。後の便利の為に，(2.13) を次のように書きかえる。

$$\mathcal{S}(\omega) = -4(-J/N)^2 S(S+1)\,\Sigma_{p'p''}[f(\varepsilon_{p'}) - f(\varepsilon_{p''})]$$

$$\times \{(i\omega)^{-1} + (\varepsilon_{p'}-i\omega-\varepsilon_{p''})^{-1}\}(\varepsilon_{p'}-\varepsilon_{p''})^{-2} \qquad (2.14)$$

(2.14) の { 　　　} の中の2つの項の寄与を別々に計算すると，それは，発散する。しかし，(2.13) が収斂することから，その困難は，

$$(\varepsilon_{p'}-\varepsilon_{p''})^{-2} \rightarrow (\varepsilon_{p'}-\varepsilon_{p''})^{-1} \quad \mathscr{P}(\varepsilon_{p'}-\varepsilon_{p''})^{-1}$$

とおきかえて，除ける。ここで $\mathscr{P}$ は，積分の主値をとることを意味する。(2.8) の band shape を仮定すると，

$$\mathscr{S}(\omega) = -4(-J\rho/N)^2 S(S+1)$$

$$\times \mathscr{P} \iint_{-D}^{D} \frac{f(\varepsilon')-f(\varepsilon'')}{(\varepsilon'-i\omega-\varepsilon'')(\varepsilon'-\varepsilon'')^2} d\varepsilon' d\varepsilon'' \qquad (2.15)$$

(2.15) は $i\omega \neq 0$ として求めたが，$\omega=0$ の時の $\mathscr{S}(\omega)$ は，次の sum－rule によって決る。

$$T\Sigma_{\omega} \mathscr{S}(\omega) = \lim_{\tau'\to\tau} \ll \{(\mathbf{S}\cdot\boldsymbol{\sigma})(\tau),\ (\mathbf{S}\cdot\boldsymbol{\sigma})(\tau')\}_{+} \gg$$

$$= -S(S+1) \qquad (2.16)$$

一見 (2.15) を ω で加えるとその和は発散しそうだが，実際は

$$\lim_{\omega\to\infty} \mathscr{S}(\omega) \propto \frac{1}{i\omega} \mathscr{P} \iint_{-D}^{D} \frac{f(\varepsilon')-f(\varepsilon'')}{(\varepsilon'-\varepsilon'')^2} d\varepsilon' d\varepsilon''$$

で積分は消えるから，

$$\lim_{\omega\to\infty} \mathscr{S}(\omega) \propto \omega^{-(1+\alpha)} \quad \alpha > 0$$

である。［(2.14) にもどれば $\alpha=1$ である］そこで

$$T\Sigma_{\omega\neq 0} (\varepsilon'-i\omega-\varepsilon'')^{-1}$$

$$= \frac{1}{2} \operatorname{cth}\{(\varepsilon'-\varepsilon'')/2T\} - T(\varepsilon'-\varepsilon'')^{-1} \qquad (2.17)$$

(2.17) を使って (2.15) から

$$T\Sigma_{\omega\neq 0} \mathscr{S}(\omega) = -4(-J\rho/N)^2 S(S+1)$$

$$\times \mathscr{P} \iint_{-D}^{D} \frac{f(\varepsilon')-f(\varepsilon'')}{(\varepsilon'-\varepsilon'')^2} \left[\frac{1}{2T} \operatorname{cth}\left\{\frac{\varepsilon'-\varepsilon''}{2T}\right\} - \frac{1}{(\varepsilon'-\varepsilon'')}\right] \qquad (2.18)$$

そこで

$$\mathscr{S}(\omega=0)=-S(S+1)/T$$

$$+4\left(-\frac{J\rho}{N}\right)^2 S(S+1)\mathscr{P}\iint\left\{\frac{f(\varepsilon')(1-f(\varepsilon''))}{T(\varepsilon'-\varepsilon'')^2}+\frac{2f(\varepsilon')(1-f(\varepsilon''))}{(\varepsilon'-\varepsilon'')^3}\right\}d\varepsilon' d\varepsilon'' \tag{2.19}$$

(2.18) から判るように，(2.19) の積分は Miwa の指摘どうり収斂する。

(2.15) と (2.19) から ω の値のいかんにかかわらず，

$$\mathscr{S}(\omega)=-S(S+1)(\delta_{\omega,0}/T)$$

$$+\left(\frac{2J\rho}{N}\right)^2 S(S+1)\frac{\delta_{\omega,0}}{T}\mathscr{P}\iint\frac{f(\varepsilon')(1-f(\varepsilon''))}{(\varepsilon'-\varepsilon'')^2}\,d\varepsilon' d\varepsilon''$$

$$+\left(\frac{2J\rho}{N}\right)^2 S(S+1)\mathscr{P}\iint\frac{f(\varepsilon')-f(\varepsilon'')}{(\varepsilon'-i\omega-\varepsilon'')(\varepsilon'-\varepsilon'')^2}\,d\varepsilon' d\varepsilon'' \tag{2.20}$$

(2.20) で $\omega\fallingdotseq 0$ のときは，$\mathscr{P}$－記号で積分は収斂し，$\omega=0$ のときは，第2，第3項の和の積分は収斂している。

簡単の為，以下で $\mathscr{P}$－記号は，省略する。

§ 3. $\Sigma^{(2)}(i\varepsilon)$ の計算

(2.20) を (1.1) に代入すると，

$$\Sigma^{(2)}_{p\uparrow}(i\varepsilon)=N_i(J/N)^2\Sigma_{p_1}(i\varepsilon-\varepsilon_{p_1})^{-1}S(S+1)$$

$$-N_i(2J/N)^4 S(S+1)\Sigma_{p_1}(i\varepsilon-\varepsilon_{p_1})^{-1}\Sigma_{p'p''}$$

$$f(\varepsilon_{p'})[1-f(\varepsilon_{p''})](\varepsilon_{p'}-\varepsilon_{p''})^2$$

$$-N_i(2J/N)^4 S(S+1)T\Sigma_{\varepsilon_1}\Sigma_{p_1}\Sigma_{p'p''}(i\varepsilon_1-\varepsilon_{p_1})^{-1}$$

$$(\varepsilon_{p'}-i\varepsilon+i\varepsilon_1-\varepsilon_{p''})^{-1}$$

$$\times(\varepsilon_{p'}-\varepsilon_{p''})^{-2}[f(\varepsilon_{p'})-f(\varepsilon_{p''})] \tag{3.1}$$

(3.1) で ε_1 − sum を行うと，

$$T\Sigma_{\varepsilon_1}(i\varepsilon_1-\varepsilon_{p_1})^{-1}(\varepsilon_{p'}-i\varepsilon+i\varepsilon_1-\varepsilon_{p''})^{-1}$$

$$=-\frac{1}{2}\left[\mathrm{th}(\varepsilon_{p_1}/2T)-\mathrm{cth}\{(\varepsilon_{p''}-\varepsilon_{p'})/2T\}\right]$$

$$(\varepsilon_{p_1}-i\varepsilon+\varepsilon_{p_1}-\varepsilon_{p''})^{-1}$$

$$=\left[N(\varepsilon_{p''}-\varepsilon_{p'})+f(\varepsilon_{p_1})\right](\varepsilon_{p'}-i\varepsilon+\varepsilon_{p_1}-\varepsilon_{p''})^{-1}$$

したがって，(3.1) から

$$\Sigma^{(2)}_{p\uparrow}(i\varepsilon)=(J/N)^2N_iS(S+1)\Sigma_{p_1}(i\varepsilon-\varepsilon_{p_1})^{-1}$$

$$-N_i(2J/N)^4S(S+1)\Sigma_{p_1}(i\varepsilon-\varepsilon_{p_1})^{-1}\Sigma_{p'p''}(\varepsilon_{p'}-\varepsilon_{p''})^{-1}$$

$$(\varepsilon_{p'}-i\varepsilon+\varepsilon_{p_1}-\varepsilon_{p''})^{-1}\times f(\varepsilon_{p'})\left[1-f(\varepsilon_{p''})\right]$$

$$-N_i(2J/N)^4S(S+1)\Sigma_{p_1}\Sigma_{p'p''}(\varepsilon_{p'}-\varepsilon_{p''})^{-2}(\varepsilon_{p'}-i\varepsilon+\varepsilon_{p'}-\varepsilon_{p''})^{-1}$$

$$f(\varepsilon_{p_1})\left[f(\varepsilon_{p'})-f(\varepsilon_{p''})\right] \quad (3.2)$$

(3.2) で $i\varepsilon\to\varepsilon+i\delta$ とおいて，右辺の imaginary part で $(2J/N)^4$ に比例する項は，

$$-\Pi(2J/N)^4S(S+1)\rho^3I(\varepsilon)$$

になる。ここで，

$$I(\varepsilon)=\iint d\varepsilon'd\varepsilon''f(\varepsilon-\varepsilon'+\varepsilon'')\left[f(\varepsilon')-f(\varepsilon'')\right](\varepsilon'-\varepsilon'')^{-2} \quad (3.3)$$

$T=0$ で，この積分は，次のようになる。

$$I(\varepsilon)=I_1(\varepsilon)+I_2(\varepsilon)$$

$$I_1(\varepsilon)=\iint_{-D}^{D}d\varepsilon'd\varepsilon''\frac{f(\varepsilon-\varepsilon'+\varepsilon'')}{(\varepsilon'-\varepsilon'')^2}f(\varepsilon')\left[1-f(\varepsilon'')\right]$$

$$I_2(\varepsilon) = -\iint_{-D}^{D} d\varepsilon' d\varepsilon'' \frac{f(\varepsilon-\varepsilon'+\varepsilon'')}{(\varepsilon'-\varepsilon'')^2} f(\varepsilon'')[1-f(\varepsilon')]$$

として，$\varepsilon<0$ ならば

$$I_1(\varepsilon) = \int_0^{-\varepsilon} d\varepsilon'' \int_{\varepsilon''+\varepsilon}^{0} d\varepsilon'(\varepsilon'-\varepsilon'')^{-2}$$

$$= -1 - \int_0^{\varepsilon} (\varepsilon'')^{-1} d\varepsilon''$$

$$I_2(\varepsilon) = -\int_{-D}^{0} d\varepsilon'' \int_0^{D} d\varepsilon'(\varepsilon'-\varepsilon'')^{-2}$$

$$= \log 2 + \int_{-D}^{0} (\varepsilon'')^{-1} d\varepsilon''$$

これをあわせて，

$$I(\varepsilon) = \log|\varepsilon/D| \tag{3.4}$$

故に

$$\mathscr{I}_m \Sigma_{p\uparrow}^{(2)}(\varepsilon+i\delta) = -\Pi\rho N_i S(S+1)$$
$$\times [1-(2J\rho/N)^2 \log|\varepsilon/D| + \cdots\cdots] \tag{3.5}$$

（3.5）は Miwa の与えた式からも得られる。[5)]

§4. $\Sigma^{(3)}(i\varepsilon)$ の計算

（1.2）の spin Green 関数は次のように計算出来る。[2)]

$$\mathscr{S}_{\uparrow\uparrow}^{(1)}(\varepsilon, \varepsilon_1, \varepsilon_2)$$
$$= \{2(i\varepsilon_2 - i\varepsilon_1)^{-1}(1-\delta_{\varepsilon_1\varepsilon_2})[\mathscr{S}^{(1)}(\varepsilon,\varepsilon_2) - \mathscr{S}^{(1)}(\varepsilon,\varepsilon_1)]$$
$$+ (i\varepsilon_2 - i\varepsilon_1)^{-1} \ll (\mathbf{S}\cdot\boldsymbol{\sigma})_{\uparrow\alpha}(\varepsilon-\varepsilon_1), [H, (\mathbf{S}\cdot\boldsymbol{\sigma})_{\alpha\beta}](\varepsilon_1-\varepsilon_2),$$
$$(\mathbf{S}\cdot\boldsymbol{\sigma})_{\beta\uparrow}(\varepsilon_2-\varepsilon) \gg \}(1-\delta_{\varepsilon_1\varepsilon_2})$$

$$-\delta_{\varepsilon_1\varepsilon_2}\sum_{\varepsilon_2\neq\varepsilon_1}\mathscr{S}^{(1)}_{\uparrow\uparrow}(\varepsilon,\varepsilon_1,\varepsilon_2) \qquad (4.1)$$

(2.6) を求めたのと同様の手続きで

$$\ll(\mathbf{S}\cdot\boldsymbol{\sigma})_{\uparrow\alpha}(\varepsilon-\varepsilon_1),\ [H,(\mathbf{S}\cdot\boldsymbol{\sigma})_{\alpha\beta}](\varepsilon_1-\varepsilon_2),\ (\mathbf{S}\cdot\boldsymbol{\sigma})_{\beta\uparrow}(\varepsilon_2-\varepsilon)\gg$$

$$=-i(-i\omega)^{-1}(-J/N)^2T^2\sum_{\varepsilon'\varepsilon''}\sum_{p'p''}(i\varepsilon'-\varepsilon_{p'})^{-1}(i\varepsilon''-\varepsilon_{p''})^{-1}$$

$$\times\ \exp[i\varepsilon'\Delta]\ll S_1(\varepsilon-\varepsilon_1),\ \tilde{S}_2(\varepsilon_1-\varepsilon_2+\varepsilon'-\varepsilon'')\ \tilde{S}_3(\varepsilon''-\varepsilon'),$$

$$S_4(\varepsilon_2-\varepsilon)\gg \qquad (4.2)$$

$$\begin{cases} S_1=(\mathbf{S}\cdot\boldsymbol{\sigma})_{\uparrow\alpha} & \tilde{S}_2=(\boldsymbol{\sigma}_{\alpha\beta}\times\mathbf{S})\cdot\boldsymbol{\sigma}_{\gamma\delta} \\ \tilde{S}_3=(\mathbf{S}\cdot\boldsymbol{\sigma})_{\delta\gamma} & S_4=(\mathbf{S}\cdot\boldsymbol{\sigma})_{\beta\uparrow} \end{cases} \qquad (4.3)$$

(2.7) を経て (2.9) が得られる手続きで (4.2) の summation は

$$-\ T^2\sum_{\varepsilon'}\sum_{\varepsilon''}\sum_{p'p''}(i\varepsilon'-\varepsilon_{p'})^{-1}(i\varepsilon'-\varepsilon_{p''})^{-1}(i\varepsilon''-\varepsilon_{p''})^{-1}$$

$$\times\ [\ll[\tilde{S}_3,S_1](\varepsilon-\varepsilon_1+\varepsilon''-\varepsilon'),\ \tilde{S}_2(\varepsilon_1-\varepsilon_2+\varepsilon'-\varepsilon''),\ S_4(\varepsilon_2-\varepsilon)\gg$$

$$+\ll S_1(\varepsilon-\varepsilon_1),\ \tilde{S}_2(\varepsilon_1-\varepsilon_2+\varepsilon'-\varepsilon''),\ [\tilde{S}_3,S_4](\varepsilon''-\varepsilon'+\varepsilon_2-\varepsilon)\gg]$$

$$=T^2\sum_{\varepsilon'}\sum_{\varepsilon''\neq\varepsilon'-\varepsilon_2+\varepsilon_1}(i\varepsilon'-\varepsilon_{p'})^{-1}(i\varepsilon'-\varepsilon_{p''})^{-1}(i\varepsilon''-\varepsilon_{p''})^{-1}$$

$$\times\ (i\varepsilon'-i\varepsilon_2+i\varepsilon_1-\varepsilon_{p''})^{-1}[\ll[\tilde{S}_2,[\tilde{S}_3,S_1]](\varepsilon-\varepsilon_2),\ S_4(\varepsilon_2-\varepsilon)\gg$$

$$+\ll S_1(\varepsilon-\varepsilon_1),\ [\tilde{S}_2,[\tilde{S}_3,S_4]](\varepsilon_1-\varepsilon)\gg]$$

$$-\ T^2\sum_{\varepsilon'}\sum_{\varepsilon''\neq\varepsilon'-\varepsilon_2+\varepsilon_1}(i\varepsilon'-\varepsilon_{p'})^{-1}(i\varepsilon'-\varepsilon_{p''})^{-1}(i\varepsilon''-\varepsilon_{p''})^{-1}$$

$$\times(i\varepsilon''-i\varepsilon'+i\varepsilon_2-i\varepsilon_1)^{-1}[\ll[\tilde{S}_3,S_1](\varepsilon-\varepsilon_1+\varepsilon''-\varepsilon'),$$

$$[\tilde{S}_2,S_4](\varepsilon'-\varepsilon''+\varepsilon_1-\varepsilon)\gg$$

$$+\ll[\tilde{S}_2,S_1](\varepsilon-\varepsilon_2+\varepsilon'-\varepsilon''),\ [\tilde{S}_3,S_4](\varepsilon''-\varepsilon'+\varepsilon_2-\varepsilon)\gg]$$

$$(4.4)$$

（2.3）を使うと，（4.4）の$\widetilde{S}_2$を含まないcommutatorは，すぐに計算出来る。$\widetilde{S}_2$を含むcommutatorは，

$$(\mathbf{S}\cdot\boldsymbol{\sigma})_{\alpha\beta}(\sigma_{\beta\gamma}) = \mathbf{S}\,\delta_{\alpha\gamma} - i(\mathbf{S}\times\boldsymbol{\sigma})_{\alpha\gamma}$$

$$(\sigma_{\alpha\beta})(\mathbf{S}\cdot\boldsymbol{\sigma})_{\beta\gamma} = \mathbf{S}\,\delta_{\alpha\gamma} + i(\mathbf{S}\times\boldsymbol{\sigma})_{\alpha\gamma} \qquad (4.5)$$

及び

$$(\mathbf{S}\times\mathbf{A})\cdot(\mathbf{S}\times\mathbf{B}) - (\mathbf{S}\times\mathbf{A})\cdot(\mathbf{S}\times\mathbf{B})$$
$$= [(\mathbf{S}\cdot\mathbf{A}),\ (\mathbf{S}\cdot\mathbf{B})] \qquad (4.6)$$

を使って計算出来て，次の式を得る。

$$T^2\Sigma_{\varepsilon''\varepsilon'}\Sigma_{p'p''}(i\varepsilon'-\varepsilon_{p'})^{-1}(i\varepsilon''-\varepsilon_{p''})^{-1}$$
$$\times \langle\!\langle S_1(\varepsilon-\varepsilon_1),\ \widetilde{S}_2(\varepsilon_1-\varepsilon_2+\varepsilon'-\varepsilon''),\ \widetilde{S}_3(\varepsilon''-\varepsilon'),\ S_4(\varepsilon_2-\varepsilon)\rangle\!\rangle$$
$$= iT^2\Sigma_{\varepsilon'}\Sigma_{\varepsilon''\neq\varepsilon'-\varepsilon_2+\varepsilon_1}\Sigma_{p'p''}(i\varepsilon'-\varepsilon_{p'})^{-1}(i\varepsilon'-\varepsilon_{p''})^{-1}(i\varepsilon''-\varepsilon_{p''})^{-1}$$
$$\times\ (i\varepsilon'-i\varepsilon_2+i\varepsilon_1-\varepsilon_{p''})^{-1}$$
$$\times\ [\langle\!\langle\{(\boldsymbol{\sigma}_{\uparrow\beta}\times\mathbf{S})\cdot\boldsymbol{\sigma}_{\gamma\delta}\}(\varepsilon-\varepsilon_2+\varepsilon'-\varepsilon''),$$
$$\{(\boldsymbol{\sigma}_{\beta\uparrow}\times\mathbf{S})\cdot\boldsymbol{\sigma}_{\delta\gamma}\}(\varepsilon''-\varepsilon'+\varepsilon_2-\varepsilon)\rangle\!\rangle$$
$$-\ \langle\!\langle\{(\boldsymbol{\sigma}_{\uparrow\alpha}\times\mathbf{S})\cdot\boldsymbol{\sigma}_{\delta\gamma}\}(\varepsilon-\varepsilon_1+\varepsilon''-\varepsilon'),$$
$$\{(\boldsymbol{\sigma}_{\alpha\uparrow}\times\mathbf{S})\cdot\boldsymbol{\sigma}_{\gamma\delta}\}(\varepsilon_1-\varepsilon''+\varepsilon'-\varepsilon)\rangle\!\rangle]$$
$$-\ 4iT^2\Sigma_{\varepsilon'}\Sigma_{\varepsilon''\neq\varepsilon'-\varepsilon_2+\varepsilon_1}\Sigma_{p'p''}(i\varepsilon'-\varepsilon_{p'})^{-1}(i\varepsilon'-\varepsilon_{p''})^{-1}(i\varepsilon''-\varepsilon_{p''})^{-1}$$
$$\times\ (i\varepsilon''-i\varepsilon'+i\varepsilon_2-i\varepsilon_1)^{-1}$$
$$\times\ [\mathscr{S}^{(1)}_{\uparrow\uparrow}(\varepsilon,\varepsilon_2) - \mathscr{S}^{(1)}_{\uparrow\uparrow}(\varepsilon,\varepsilon_1)] \qquad (4.7)$$

解析接続の方法と（2.11）を使って，（4.7）のε''の和を計算して，（4.2）を求め，（4.1），（2.1）から，

$$\Sigma^{(3)}_{p\uparrow}(i\varepsilon)=\Sigma^{(3)\prime}_{p\uparrow}(i\varepsilon)+\Sigma^{(3)\prime\prime}_{p\uparrow}(i\varepsilon), \tag{4.8a}$$

$$\Sigma^{(3)\prime}_{p\uparrow}(i\varepsilon)=2(-J/N)^3 N_i T\Sigma_{\varepsilon_1}\Sigma_{p_1}\{(i\varepsilon_1-\varepsilon_{p_1})^{-1}$$
$$\times\mathscr{S}^{(1)}(\varepsilon,\varepsilon_1)\}\Sigma_{p_2}(\varepsilon_{p_1}-\varepsilon_{p_2})^{-1}\,\mathrm{th}(\varepsilon_{p_2}/2T), \tag{4.8b}$$

$$\Sigma^{(3)\prime\prime}_{p\uparrow}(i\varepsilon)=-4N_i S(S+1)(-J/N)^5 T^2\Sigma_{\varepsilon_1,\varepsilon_2}\Sigma_{p_1,p_2}(i\varepsilon_2-\varepsilon_{p_2})^{-1}$$
$$\times(\varepsilon_{p_2}-\varepsilon_{p_1})^{-1}(i\varepsilon_1-\varepsilon_{p_1})^{-1}T\Sigma_{\varepsilon'}\Sigma_{p'p''}(i\varepsilon'-\varepsilon_{p'})^{-1}(i\varepsilon'-\varepsilon_{p''})^{-1}$$
$$\times(i\varepsilon'-i\varepsilon_2+i\varepsilon_1-\varepsilon_{p''})^{-1}$$
$$\times\left[(\delta_{\varepsilon,\varepsilon_2}/T)\,\mathrm{th}(\varepsilon_{p''}/2T)+(i\varepsilon'-i\varepsilon_2+i\varepsilon-\varepsilon_{p''})^{-1}\right] \tag{4.9}$$

(4.8b) の $\mathscr{S}^{(1)}(\varepsilon,\varepsilon_1)$ は，§§ 2～3 の方法で計算出来るから $\Sigma^{(3)\prime\prime}_{p\uparrow}(i\varepsilon)$ の方が興味がある。(4.9) の ε_1, ε_2, ε' について和をとると，$\delta_{\varepsilon\varepsilon_2}/T$ に比例する項からの寄与は

$$I_1=\Sigma_{p_1p_2p'p''}(i\varepsilon-\varepsilon_{p_2})^{-1}(\varepsilon_{p_2}-\varepsilon_{p_1})^{-1}(i\varepsilon-\varepsilon_{p_1}+\varepsilon_{p''}-\varepsilon_{p'})^{-1}$$
$$\times(\varepsilon_{p'}-\varepsilon_{p''})^{-1}\,\mathrm{th}(\varepsilon_{p''}/2T)$$
$$\times\left[f(\varepsilon_{p'})\{1-f(\varepsilon_{p''})\}f(\varepsilon_{p_1})+\{1-f(\varepsilon_{p'})\}\{1-f(\varepsilon_{p_1})\}f(\varepsilon_{p''})\right] \tag{4.10}$$

に比例し，残りは

$$I_2=\Sigma_{p_1p_2p'p''}(\varepsilon_{p'}-\varepsilon_{p''})^{-1}(\varepsilon_{p_2}-\varepsilon_{p_1})^{-1}(\varepsilon_{p_1}-\varepsilon_{p_2}+\varepsilon_{p'}-\varepsilon_{p''})^{-1}$$
$$\times(i\varepsilon-\varepsilon_{p_2}+\varepsilon_{p'}-\varepsilon_{p''})^{-1}$$
$$\times\left[\{1-f(\varepsilon_{p'})\}f(\varepsilon_{p''})\{1-f(\varepsilon_{p_1})\}f(\varepsilon_{p_2})\right.$$
$$\left.-f(\varepsilon_{p'})\{1-f(\varepsilon_{p''})\}f(\varepsilon_{p_1})\{1-f(\varepsilon_{p_2})\}\right] \tag{4.11}$$

$i\varepsilon\rightarrow\varepsilon+i\delta$ とおくと，

$$\mathscr{I}_m I_2(\varepsilon+i\delta)$$

$$\propto \int\cdots\int_{-D}^{D} d\varepsilon_1 d\varepsilon_2 d\varepsilon'(\varepsilon-\varepsilon_1)^{-1}(\varepsilon_2-\varepsilon_1)^{-1}(\varepsilon-\varepsilon_2)^{-1}$$

$$\times\Big[\{1-f(\varepsilon')\}f(\varepsilon-\varepsilon_2+\varepsilon')\{1-f(\varepsilon_1)\}f(\varepsilon_2)$$

$$-f(\varepsilon')\{1-f(\varepsilon-\varepsilon_2+\varepsilon')\}f(\varepsilon_1)\{1-f(\varepsilon_2)\}\Big] \qquad (4.12)$$

仮に $\varepsilon>0$ とすると〔　　　〕の第一項だけが残り，ε' についての積分は $\varepsilon-\varepsilon_2$ に比例するから，

$$\mathscr{I}_m I_2(\varepsilon+i\delta)$$

$$=\int_0^D d\varepsilon_1\frac{1}{\varepsilon_1-\varepsilon}\Big[\log\Big|\frac{\varepsilon_1}{D}\Big|-\log\Big|\frac{\varepsilon_1-\varepsilon}{D}\Big|\Big] \qquad (4.13)$$

ここで

$$\int_0^D d\varepsilon_1\frac{1}{\varepsilon_1-\varepsilon}\log\Big|\frac{\varepsilon_1}{D}\Big|d\varepsilon_1 \cong \iint_0^D\frac{d\varepsilon_1 d\varepsilon_2}{(\varepsilon_1-\varepsilon)(\varepsilon_1-\varepsilon_2)}$$

$$=-\frac{1}{2}\iint_0^D\frac{1}{\varepsilon_1-\varepsilon}\ \frac{1}{\varepsilon_2-\varepsilon}\ d\varepsilon_1 d\varepsilon_2 = -\frac{1}{2}\log^2\Big|\frac{\varepsilon}{D}\Big|$$

を使うと，(4.13) は消える。故に

$$\mathscr{I}_m I_2(\varepsilon+i\delta)\cong 0$$

次に $\mathscr{I}_m I_1(3+i\delta)$ を計算する。

$$\mathscr{I}_m I_1(\varepsilon+i\delta)=J_1(\varepsilon)+J_2(\varepsilon)$$

$$J_1(\varepsilon)=\int\cdots\int_{-D}^{D}(\varepsilon-\varepsilon_1)^{-1}(\varepsilon_2-\varepsilon_1)^{-1}(\varepsilon-\varepsilon_2)^{-1}$$

$$\times\Big\{f(\varepsilon-\varepsilon_1+\varepsilon'')[1-f(\varepsilon'')]f(\varepsilon_1)$$

$$+[1-f(\varepsilon-\varepsilon_1+\varepsilon'')][1-f(\varepsilon_1)]f(\varepsilon'')\Big\}d\varepsilon_1 d\varepsilon_2 d\varepsilon'' \qquad (4.14a)$$

$$J_2(\varepsilon) = \int \cdots \int_{-D}^{D} (\varepsilon' - \varepsilon'')^{-1} (\varepsilon - \varepsilon_1)^{-1} (\varepsilon - \varepsilon_1 + \varepsilon'' - \varepsilon')^{-1}$$

$$\times \left\{ f(\varepsilon')[1 - f(\varepsilon'')] f(\varepsilon_1) + [1 - f(\varepsilon')][1 - f(\varepsilon_1)] f(\varepsilon'') \right\}$$

$$\times \, d\varepsilon' d\varepsilon_1 d\varepsilon'' \qquad (4.14\mathrm{b})$$

(4.14a) で ε'' についての積分を行うと，

$$J_1(\varepsilon) = -\int_{-D}^{D} d\varepsilon_2 \int_{-D}^{0} (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)^{-1} (\varepsilon - \varepsilon_2)^{-1}$$

$$+ \int_{-D}^{D} d\varepsilon_2 \int_{0}^{D} (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)^{-1} (\varepsilon - \varepsilon_2)^{-1}$$

$$= 2 \int_{-D}^{D} \log \left| \frac{\varepsilon_2}{D} \right| (\varepsilon - \varepsilon_2)^{-1} d\varepsilon_2 \qquad (4.15)$$

(4.15) は，$\varepsilon \to 0$ でも non − singular である。$J_2(\varepsilon)$ は少し複雑で

$$J_2(\varepsilon) = \int_{-D}^{0} d\varepsilon_1 \int_{-D}^{0} d\varepsilon' \int_{0}^{D} d\varepsilon'' \frac{1}{(\varepsilon - \varepsilon_1)(\varepsilon' - \varepsilon'')(\varepsilon - \varepsilon_1 + \varepsilon'' - \varepsilon'')}$$

$$+ \int_{0}^{D} d\varepsilon_1 \int_{0}^{D} d\varepsilon' \int_{-D}^{0} d\varepsilon'' \frac{〃}{〃 \quad 〃}$$

$$(4.16)$$

部分分数に分解して ε_1 について積分すると

$$J_2(\varepsilon) = -\left\{ \int_{-D}^{0} d\varepsilon' \int_{0}^{D} d\varepsilon'' - \int_{0}^{D} d\varepsilon' \int_{-D}^{0} d\varepsilon'' \right\}$$

$$\left[\log \left| \frac{\varepsilon}{D} \right| - \log \left| \frac{\varepsilon + \varepsilon'' - \varepsilon'}{D} \right| \right] \frac{1}{(\varepsilon' - \varepsilon'')^2} \qquad (4.17)$$

ε'' について積分すると

$$J_2(\varepsilon) = \int_{-D}^{D} \frac{d\varepsilon'}{\varepsilon'} \left\{ \log \left| \frac{\varepsilon}{D} \right| - \log \left| \frac{\varepsilon - \varepsilon'}{D} \right| \right\}$$

$$+ \int_{-D}^{D} \frac{d\varepsilon'}{\varepsilon} \left\{ \log \left| \frac{\varepsilon'}{D} \right| - \log \left| \frac{\varepsilon - \varepsilon'}{D} \right| \right\} \qquad (4.18)$$

この二つは，明らかに ε に関して non − singular である。

以上のように，$\mathcal{I}_m \Sigma^{(3)}_{p\uparrow}(\varepsilon+i\delta)$ は，少くともわれわれの簡単な band－shape では non－singular である。

§5. Diseussion

$\Sigma^{(2)}_{p\uparrow}$ 及び $\Sigma^{(3)}_{p\uparrow}$ の計算から判ったこと，あるいは推測されることは次のようなものである。すなわち，I で導びいた spin Green 関数に対する運動方程式

$$
\begin{aligned}
&\mathscr{S}^{(1)}_{\uparrow\uparrow}(\varepsilon, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \cdots\cdots, \varepsilon_n) \\
&= (i\varepsilon_n - i\varepsilon_{n-1})^{-1}[\ll \cdots\cdots, [H, S_n](\varepsilon_{n-1}-\varepsilon_n), S_{n+1}(\varepsilon_n-\varepsilon)\gg \\
&+ \ll \cdots\cdots, S_{n-1}(\varepsilon_{n-2}-\varepsilon_{n-1}), [S_n, S_{n+1}](\varepsilon_{n-1}-\varepsilon)\gg \\
&+ \ll \cdots\cdots, [S_n, S_{n-1}](\varepsilon_{n-2}-\varepsilon_n) \quad S_{n+1}(\varepsilon_n-\varepsilon)\gg \\
&+ \cdots\cdots\cdots\cdots \\
&+ \ll [S_n, S_1](\varepsilon-\varepsilon_1+\varepsilon_{n-1}-\varepsilon_n) \quad \cdots\cdots, S_{n-1}(\varepsilon_{n-2}-\varepsilon_{n-1}), \\
&\qquad S_{n+1}(\varepsilon_n-\varepsilon)\gg](1-\delta_{\varepsilon_n\varepsilon_{n-1}}) \\
&- \delta_{\varepsilon_n\varepsilon_{n-1}} \Sigma_{\varepsilon_n \neq \varepsilon_{n-1}} \mathscr{S}^{(1)}_{\uparrow\uparrow}(\varepsilon, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \cdots\cdots, \varepsilon_n) \\
&- (\delta_{\varepsilon\varepsilon_n}\delta_{\varepsilon\varepsilon_{n-1}}/T^2)\, S(S+1)\, \mathscr{S}^{(1)}_{\uparrow\uparrow}(\varepsilon, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \cdots\cdots, \varepsilon_{n-2})
\end{aligned} \tag{5.1}
$$

まずIで示したことは，(5.1) 右辺最後の elastic scattering term は second order 以下であること，及び，$m \leqq n-2$ で $[S_n, S_m]$ を含む項も second order であることだった。

一方，今の論文で示したことは，$[H, S_n]$ を含む項が $n=1$ なら next singular term に効くが，$n=2$ では効かないということである。そこで spin Green 関数の運動方程式は次のようになる。

$$\mathscr{S}^{(1)}_{\uparrow\uparrow}(\varepsilon, \varepsilon_1, \cdots\cdots, \varepsilon_n)$$

$$= [2(i\varepsilon_n - i\varepsilon_{n-1})^{-1}\, \mathscr{S}^{(1)}_{\uparrow\uparrow}(\varepsilon, \varepsilon_1, \cdots\cdots, \varepsilon_{n-2}, \varepsilon_n)$$

$$+ 2(i\varepsilon_{n-1} - i\varepsilon_n)^{-1}\, \mathscr{S}^{(1)}_{\uparrow\uparrow}(\varepsilon, \varepsilon_1, \cdots\cdots, \varepsilon_{n-2}, \varepsilon_{n-1})](1-\delta_{\varepsilon_n\varepsilon_{n-1}})$$

$$- \delta_{\varepsilon_n\varepsilon_{n-1}} \Sigma_{\varepsilon_n \neq \varepsilon_{n-1}} \mathscr{S}^{(1)}(\varepsilon, \varepsilon_1, \cdots\cdots, \varepsilon_{n-2}, \varepsilon_{n-1})$$

$$\text{for} \quad n \geqq 2 \tag{5.2}$$

$$\mathscr{S}^{(1)}_{\uparrow\uparrow}(\varepsilon, \varepsilon_1) = (i\varepsilon_1 - i\varepsilon)^{-1} \ll [H, S_1](\varepsilon - \varepsilon_1), S_2(\varepsilon_1 - \varepsilon) \gg$$

$$- S(S+1)\delta_{\varepsilon\,\varepsilon_1}/T \tag{5.3}$$

(5.2) は I で示したように $\mathscr{S}^{(1)}_{\uparrow\uparrow}(\varepsilon, \varepsilon_m)$ ($1 \leqq m \leqq n$) を使って解けて,

$$T^n \Sigma_{\varepsilon_1 \cdots\cdots \varepsilon_n} \Sigma_{p_1 \cdots\cdots p_n} \prod_{j=1}^{n} (i\varepsilon_j - \varepsilon_{p_j})^{-1} \mathscr{S}^{(1)}_{\uparrow\uparrow}(\varepsilon, \varepsilon_1, \cdots\cdots, \varepsilon_n)$$

$$= n\, T \Sigma_{\varepsilon_1} \Sigma_{p_1} (i\varepsilon_1 - \varepsilon_{p_1})^{-1} \mathscr{S}^{(1)}_{\uparrow\uparrow}(\varepsilon, \varepsilon_1) \{\Sigma_{p_2} \mathrm{th}(\varepsilon_{p_2}/2T)(\varepsilon_{p_2} - \varepsilon_{p_1})^{-1}\}^{n-1} \tag{5.5}$$

したがって self－energy part は

$$\Sigma_{p\uparrow}(i\varepsilon) = -N_i T \Sigma_{\varepsilon_1} \Sigma_{p_1} \frac{\mathscr{S}^{(1)}_{\uparrow\uparrow}(\varepsilon, \varepsilon_1)}{i\varepsilon_1 - \varepsilon_{p_1}} \frac{1}{[1-(2J\rho/N)g(\varepsilon_{p_1})]^2}$$

$$g(\varepsilon) = \mathscr{P}\int \frac{\mathrm{th}(\varepsilon'/2T)}{\varepsilon' - \varepsilon'} d\varepsilon' \tag{5.6}$$

$\mathscr{S}^{(1)}_{\uparrow\uparrow}(\varepsilon, \varepsilon_1)$ としては，たとえば § 2，§ 3 で求めたものを使えばよいが，完全を期するためには，dynamical susceptibility を most singular terms に関して，完全に集めなくてはならない。また，§ 2 では (2.11) を使ったが self－consistent に扱うためには，(2.11) の $o(J^2)$ と書いた項もキチンと求めるべきであろう。これに関しては，後にゆずる。

文　　献

(1)　K. Kawamura ; Prog. Theor. Phys. 30 (1968), 1375

(2)　川村　清 ; 物性研究 10 (1968), 282

(3)　川村　清 ; 物性研究 10 (1968), 297

(4)　R. Kubo ; J. Phys. Soc. Japan. 12 (1957), 570

(5)　H. Miwa ; Prog. Theor. Phys. 34 (1965), 1040